



Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/20684>

Official URL:

[https://doi.org/10.1016/S1251-8069\(99\)80002-5](https://doi.org/10.1016/S1251-8069(99)80002-5)

To cite this version:

Charrier-Mojtabi, Marie-Catherine and Karimi-Fard, Mohammad and Mojtabi, Abdelkader Naissance de régimes de convection thermosolutale dans une cellule rectangulaire poreuse. (1997) Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy, 324 (1). 9-17. ISSN 1251-8069

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Naissance de régimes de convection thermosolutale dans une cellule rectangulaire poreuse

Marie-Catherine CHARRIER-MOJTABI, Mohammad KARIMI-FARD et Abdelkader MOJTABI

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. UMR CNRS-INP-UPS n° 5502, UFR MIG.
Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France.

Résumé.

Nous étudions la naissance de la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Les parois verticales sont maintenues à des températures et des concentrations constantes et différentes. Les parois horizontales sont isolées. Lorsque le rapport des forces de volume solutale et thermique, N , est égal à -1 , on trouve un régime de double diffusion pure. Ce régime est linéairement stable jusqu'à une valeur du nombre de Rayleigh thermique, Ra_{c1} , fonction du rapport d'aspect de la cellule et du nombre de Lewis. Ce résultat de stabilité est confirmé par une simulation numérique directe, qui nous permet de décrire les différents régimes d'écoulement apparaissant après la perte de stabilité de la solution de diffusion pure.

Onset of thermosolutal convective regimes in a rectangular porous cavity

Abstract.

The onset of thermosolutal convection in a rectangular cell filled with a porous medium saturated by a binary fluid is studied. The vertical walls are maintained at different, but uniform, temperatures and concentrations. The horizontal walls are impermeable and adiabatic. When the ratio of resulting solutal and thermal buoyancy forces is equal to -1 , we obtain an equilibrium solution corresponding to a purely diffusive regime. We demonstrate that this regime is linearly stable up to a critical thermal Rayleigh number, Ra_{c1} , depending on the aspect ratio of the cell and the Lewis number. These analytical results are in good agreement with numerical direct simulations which allow us to describe the double-diffusive convective regimes taking place when the equilibrium regime loses its stability.

Abridged English Version

Little research work has been reported concerning the double-diffusive convection in porous medium whereas natural convection has been widely studied (Combarnous *et al.*, 1975). Nield *et al.* (1992), have conducted a review on both natural convection and double diffusive convection. More recently, Alavyoon *et al.* (1994) and Mamou *et al.* (1995), have studied the case of heat and mass fluxes imposed at the vertical walls.

For the case of temperatures and concentrations imposed at the vertical walls, numerical simulations have been carried out in a square cavity by Trevisan *et al.* (1985) for $-5 \leq N \leq 3$, for different values of the Lewis number, Le and the Rayleigh number, but the case $N = -1$ has not been studied. The aim of the present work is the linear stability analysis of the purely diffusive solution, obtained with these boundary conditions, in a rectangular or infinite vertical cell for the case $N = -1$. In a fluid medium, this situation has been approached numerically by Krishnan (1988) and analytically and numerically by Gobin *et al.* (1994).

The problem of double diffusive convection in a rectangular porous cavity depends on five non-dimensional numbers (the thermal and solutal Rayleigh numbers, Ra_T and Ra_S respectively, the Lewis number, Le , the normalized porosity, ϵ , and the aspect ratio of the cell, A). The problem is formulated using the Darcy's law and the Boussinesq approximation for the binary fluid whose density depends linearly on both the local temperature and concentration [equation (1)]. The dimensionless 2D equations for the conservation of mass, momentum, energy and chemical species where the Soret effect is neglected are given by the equations (2) and the boundary conditions by equations (3).

We consider the stability analysis of the equilibrium solution when $N = \frac{Ra_S}{Ra_T} = -1$. We assume that the perturbation quantities (ψ, θ, c) are small, and then we obtain the linearized equations (4). The perturbations satisfying all the boundary conditions may be expanded into double Fourier series as equations (6). If we assume valid the principle of exchange of stability, we can put $\sigma = 0$ for the case of marginal stability. We substitute expansions (6) with $\sigma = 0$ into equations (4), then we obtain the steady state disturbance equations (7). This system leads us to the same fourth-order equation for θ or ψ [equation (8)]. The Galerkin technique is then used and a linear algebraic system [equations (9)] is obtained. One can observe that only one non-dimensional stability group, $Ra(Le - 1)$, appears in these equations. In general σ can be complex, the case of the real part of σ equal to 0 corresponds to the marginal stability and the imaginary part of σ gives the frequency of oscillations. By substituting equations (6) with $\sigma \neq 0$ into equations (4), we obtain equation (10). The numerical study of equation (10) proves that the imaginary part of σ is equal to 0 and the principle of exchange of stability is valid. Then equation (10) is equivalent to equation (9). Using a symbolic algebra code (Maple) equation (9) is solved up to the fourth order. We have also found numerically the critical Rayleigh number for higher orders. Table I gives the critical Rayleigh number versus A , for different orders of approximation. Table I shows that, for a large aspect ratio, the convergence needs high orders of approximation and so another approach has been used to directly study the case of an infinite vertical porous layer. The perturbations are given by equations (11) where k corresponds to the wavelength in the y direction. This approach permits us to verify the validity of the principle of exchange of stability and to find the values of critical wavenumber ($k_c = 2.51$) and critical Rayleigh number ($Ra_c |Le - 1| = 105.33$) which is in good agreement with the results given in table I. Two numerical models have been performed, one using a spectral collocation method and a second using a finite volume method. In both cases, the influence of the Lewis number has been investigated for a square cavity. The time scheme used to solve the equations (2) with boundary conditions (3) in the two procedures is a second order Adams-Bashforth-Euler backward scheme. The results obtained, with these two codes, are in good agreement with theoretical analysis

($Ra_{c1}|Le - 1| = 184.1$ for $A = 1$, $Le = 0.1, 0.2, 0.3, 2, 3, 4, 7, 11$, cf. fig. 1). The direct simulation shows that the equilibrium solution exchanges its stability with a symmetrical convective regime until Ra_2 (branch I). For higher Rayleigh numbers, the convective solution is also symmetrical (branch III). By decreasing slowly the value of the Rayleigh number, we stay on the branch III until a value $Ra_T = Ra_3$ (fig. 2, 3, for $Le = 4$ and $A = 1$). For Rayleigh numbers smaller than Ra_3 , a non-symmetrical branch (II) is reached and if the Rayleigh number decreases, we stay on this branch II until $Ra_4 < Ra_{c1}$ for which the solution returns discontinuously to the equilibrium solution. For Ra_T between Ra_4 and Ra_{c1} , the problem admits two stable steady states: the equilibrium solution and a subcritical convective solution.

1. Introduction

Les études théoriques et numériques de la convection thermosolutale, en milieu poreux, sont très peu nombreuses comparées à celles développées en convection naturelle (Combarnous *et al.*, 1975). Les études de double-diffusion en milieu poreux dues à Nield *et al.*, 1992, Alavyoon *et al.*, 1994, Mamou *et al.*, 1995, ont concerné des conditions aux limites différentes de celles considérées dans le présent travail.

Pour les conditions aux limites qui font l'objet de ce travail (températures et concentrations imposées aux parois verticales), Trevisan *et al.* 1985 ont fait une étude numérique pour les cas $-5 \leq N \leq 3$, pour différentes valeurs de Le et de Ra_T , mais le cas $N = -1$ n'a pas été étudié.

On présente dans cette note les résultats d'une étude de stabilité linéaire menée dans le cas $N = -1$, pour lequel un régime de diffusion pure existe pour de faibles valeurs de Ra_T . De telles études ont été développées en milieu fluide numériquement par Krishnan, 1988, et analytiquement et numériquement par Gobin *et al.*, 1994.

L'influence des paramètres géométriques et physiques du problème sur la perte de stabilité linéaire de la solution de double diffusion pure est analysée et deux études numériques ont été développées dans le but de retrouver les critères d'apparition de la convection thermosolutale et de décrire les écoulements convectifs apparaissant juste après la transition.

2. Formulation mathématique

Il s'agit de l'étude des écoulements bidimensionnels de convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux, saturé par un mélange binaire homogène. Les parois verticales de la cellule de rapport d'aspect A ($A = \text{hauteur/largeur} = H/L$) sont maintenues à des températures (T_1 et T_2) et des concentrations (C_1 et C_2) constantes. Les parois horizontales sont parfaitement isolées. Les équations mathématiques régissant ces écoulements sont basées sur la loi de Darcy et l'hypothèse de Boussinesq pour le fluide saturant. Les variations de la masse volumique ρ du fluide binaire, en fonction de la température et de la concentration sont prises en compte dans le terme générateur de la convection, sous la forme :

$$\rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)] \quad (1)$$

Les équations adimensionnelles de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de la conservation des espèces et de l'énergie, en l'absence d'effet Soret, s'écrivent respectivement :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{V} = -\nabla P + (Ra_T T + Ra_S C) \mathbf{e}_y$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{Le} \nabla^2 C$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T$$

$Ra_T = \frac{Kg\beta_T(\rho c)_f \Delta T L}{v\lambda^*}$ désigne le nombre de Rayleigh thermique, $Ra_S = \frac{Kg\beta_C(\rho c)_f \Delta C L}{v\lambda^*}$, le nombre de Rayleigh solutal, $Le = \frac{a}{D}$, le nombre de Lewis, où K est la perméabilité du milieu poreux, a , la diffusivité thermique, D le coefficient de diffusion moléculaire, v la viscosité cinématique et $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$.

Les conditions aux limites sont données par :

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = V = 0 \quad \text{pour } y = 0, A, \quad \forall x \quad (3)$$

$$T = C = 0 ; U = 0 \quad \text{pour } x = 0, \quad \forall y$$

$$T = C = 1 ; U = 0 \quad \text{pour } x = 1, \quad \forall y$$

Ainsi le problème de la convection thermosolutale dans une couche rectangulaire poreuse dépend de cinq paramètres adimensionnels qui sont les nombres de Rayleigh thermique, solutal, le nombre de Lewis, la porosité normalisée $\varepsilon = \varepsilon' \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}$ où ε' désigne la porosité réelle du milieu. On se place dans l'hypothèse où $N = \frac{Ra_S}{Ra_T} = -1$. Dans ces conditions, $T = C = x$ et $\mathbf{V} = 0$ constitue une solution des équations (2) avec les conditions aux limites (3). On se propose d'étudier la stabilité de cette solution d'équilibre correspondant à la double diffusion pure. On notera que dans le cas $N \neq -1$, le problème n'admet pas de solution d'équilibre.

3. Analyse de stabilité linéaire

En désignant par ψ, θ et c respectivement les perturbations de la fonction de courant, de la température et de la concentration, on obtient les équations des perturbations :

$$0 = \nabla^2 \psi - Ra_T \left(\frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla^2 \theta - \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\nabla^2 c}{Le} - \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

auxquelles sont associées les conditions aux limites suivantes :

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial y} = \psi = 0 \quad \text{pour } y = 0, A \quad \forall x \quad (5)$$

$$c = \theta = \psi = 0 \quad \text{pour } x = 0, 1 \quad \forall y$$

Les perturbations s'écrivent sous la forme générale :

$$\begin{aligned} \psi &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M a_{nm} \sin(n\pi x) \sin\left(\frac{m\pi y}{A}\right) \exp(\sigma t) \\ \theta &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M b_{nm} \sin(n\pi x) \cos\left(\frac{m\pi y}{A}\right) \exp(\sigma t) \\ c &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M c_{nm} \sin(n\pi x) \cos\left(\frac{m\pi y}{A}\right) \exp(\sigma t) \end{aligned} \quad (6)$$

Dans toute la suite du texte, Ra désignera Ra_T . Dans le cas où l'on suppose applicable le principe d'échange de stabilité, en posant $\sigma = 0$ et en éliminant la concentration dans le système (4) on obtient un système du second ordre en ψ et θ :

$$\nabla^2 \psi - Ra(Le - 1) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$\nabla^2 \theta - \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

Ce système (7) nous conduit, en éliminant l'une des fonctions, à une équation du quatrième ordre soit en ψ soit en θ [équation (8)] permettant l'étude de la stabilité marginale :

$$\nabla^4(\psi, \theta) - Ra(Le - 1) \frac{\partial^2(\psi, \theta)}{\partial x \partial y} = 0 \quad (8)$$

Lorsque l'on substitue dans (8) les perturbations données par (6) où l'on a posé préalablement $\sigma = 0$, on aboutit à l'équation (9) :

$$A\pi^2 \left[n^2 + \left(\frac{m}{A} \right)^2 \right] a_{nm} - Ra(Le - 1) \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^M \frac{pq}{\pi^2 \left[p^2 + \left(\frac{q}{A} \right)^2 \right]} a_{pq} I_{np} I_{mq} = 0 \quad (9)$$

$$\text{avec } I_{np} = \frac{1 - (-1)^{n+p}}{n+p} + \frac{1 - (-1)^{n-p}}{n-p}$$

Ces équations font apparaître que la stabilité linéaire dépend d'un seul groupement adimensionnel $Ra(Le - 1)$.

En revanche, si l'on ne suppose plus à priori applicable le principe d'échange de stabilité, la partie imaginaire de σ n'est plus nécessairement nulle, en substituant les équations (6) dans le système (4) et en utilisant la méthode de Galerkin, on aboutit à l'équation (10) :

$$\left[n^2 + \left(\frac{m}{A} \right)^2 \right] a_{nm} = - \frac{Ra}{A\pi^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^M p q \times \left[\frac{1}{\pi^2 \left[p^2 + \left(\frac{q}{A} \right)^2 \right] + \sigma} - \frac{Le}{\pi^2 \left[p^2 + \left(\frac{q}{A} \right)^2 \right] + \sigma \varepsilon Le} \right] a_{pq} I_{np} I_{mq} \quad (10)$$

Cette dernière équation régissant la stabilité linéaire de la solution de diffusion pure dépend non seulement du nombre de Rayleigh mais aussi du nombre de Lewis et de la porosité normalisée. On remarque, dans ce cas, que le groupement $Ra(Le - 1)$ ne ressort de façon analytique et de manière explicite comme seul paramètre de stabilité que dans le cas particulier où le groupement $\varepsilon Le = 1$. Cependant, l'étude numérique de cette équation montre que la partie imaginaire de σ est nulle, ce qui est en accord avec le principe d'échange de stabilité admis précédemment : l'équation (10) est alors équivalente à l'équation (9) pour l'étude de la stabilité marginale.

L'équation algébrique (9) a été résolue, en utilisant le logiciel de calcul symbolique Maple, jusqu'à l'ordre (4×4) , ce qui correspond à des matrices (16×16) . Nous avons eu également recours à une procédure numérique pour le calcul des déterminants, obtenus à partir de l'équation (9). Les calculs menés jusqu'à l'ordre $N \times M = 40 \times 20$ pour $A = 0,5$ et $N \times M = 10 \times 100$ pour $A = 10$, afin de privilégier la direction de plus grande longueur, montrent que la méthode utilisée est parfaitement convergente. Le cas particulier $Le = 1$ correspond à un régime de double diffusion pure stable quel que soit Ra . Le *tableau I* fournit le nombre de Rayleigh critique en fonction du rapport d'aspect de la cellule pour les différents ordres d'approximation utilisés. On remarque, sur ce *tableau I*, que la convergence est d'autant plus difficile à atteindre que le rapport de cellule est grand. Aussi avons-nous utilisé une autre approche pour étudier directement le cas de la cellule infinie. Les perturbations de la fonction de courant, de la température et de la concentration sont alors développées sous la forme :

$$\begin{aligned} \psi &= \sum_{n=1}^N a_n \sin(n\pi x) \exp(\sigma t +iky) \\ \theta &= \sum_{n=1}^N b_n \sin(n\pi x) \exp(\sigma t +iky) \\ c &= \sum_{n=1}^N c_n \sin(n\pi x) \exp(\sigma t +iky) \end{aligned} \quad (11)$$

où k désigne le nombre d'onde dans la direction infinie y . Il ressort aussi de cette approche que le principe d'échange de stabilité est vérifié et que le nombre d'onde critique pour la cellule infinie est $k_c = 2,51$ conduisant à la relation $Ra_{c1}|Le - 1| = 105,33$, ce qui est en bon accord avec les résultats obtenus pour une cellule de grand rapport d'aspect ($A = 10$).

TABLEAU I
Nombre de Rayleigh critique en fonction du rapport de cellule, pour plusieurs ordres d'approximations
Critical Rayleigh number as a function of the aspect ratio for different orders of approximation

| | | | | | | |
|-----------|-----------------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| $A = 0,5$ | $N \times M$ $Ra_{c1} Le - 1 $ | 6×6 517,36 | 7×7 517,12 | 8×8 517,01 | 20×10 516,87 | 40×20 516,85 |
| $A = 1$ | $N \times M$ $Ra_{c1} Le - 1 $ | 6×6 184,33 | 7×7 184,15 | 8×8 184,13 | 20×20 184,06 | 30×30 184,06 |
| $A = 2$ | $N \times M$ $Ra_{c1} Le - 1 $ | 6×6 129,34 | 7×7 129,38 | 8×8 129,25 | 8×16 129,22 | 20×40 129,21 |
| $A = 5$ | $N \times M$ $Ra_{c1} Le - 1 $ | 6×6 109,71 | 7×7 109,55 | 8×8 109,31 | 5×25 109,21 | 14×70 109,16 |
| $A = 10$ | $N \times M$ $Ra_{c1} Le - 1 $ | 7×7 117,75 | 8×8 111,01 | 3×30 106,77 | 6×60 106,37 | 10×100 106,35 |

4. Approche numérique

Les équations (2) et (3) ont été résolues en utilisant d'une part un code aux volumes finis et d'autre part un code basé sur une méthode spectrale. Dans les deux approches, l'intégration temporelle est faite avec le schéma aux différences finies Adams-Bashforth-Euler retardé, semi-implicite et d'ordre 2. La méthode spectrale utilisée est du type collocation, avec soit des polynômes de Legendre soit des polynômes de Tchebycheff. Les résultats obtenus par ces deux codes sont en parfait accord entre eux et avec ceux trouvés dans une configuration similaire analysée par Alavyoon *et al.* (1994).

Dans une première étape, nous nous sommes attachés à caractériser la transition solution diffusive-solution convective stationnaire en fonction du nombre de Lewis pour une cellule carrée ($A = 1$). Nous avons retrouvé à l'aide des deux codes que la transition solution diffusive-solution convective symétrique a lieu pour un nombre de Rayleigh critique thermique vérifiant la relation $Ra_{c1}|Le - 1| = 184,1$ pour $Le = 0,1, 0,2, 0,3, 2, 3, 4, 7, 11$, résultat en parfait accord avec les résultats analytiques (*cf. fig. 1*).

Dans une deuxième étape, nous avons étudié plus en détail la nature des régimes de convection thermosolutale, prenant naissance après cette transition, dans une cellule carrée pour $Le = 3$ et $Le = 4$. Les graphes de stabilité de la fonction de courant maximale et du nombre de Nusselt en fonction de Ra sont présentés sur les *figures 2* et *3* respectivement, pour $Le = 4$ ($A = 1$). Ces deux graphes font apparaître d'autres branches particulières de solutions. Le régime convectif obtenu juste après Ra_{c1} (branche I) est symétrique et transite au-delà d'une valeur $Ra_2 = 76$ de manière discontinue vers une branche de solution dissymétrique (branche II). Si l'on augmente alors le nombre de Rayleigh, pour une valeur supérieure à $Ra_3 = 94,5$, on capte des solutions convectives symétriques (branche III). En revanche, si l'on diminue progressivement la valeur de Ra , tout en restant sur la branche II, on observe que pour une valeur $Ra_4 < Ra_{c1}$ ($Ra_4 = 37,6$), la solution transite de manière discontinue vers la solution de diffusion pure. Nous sommes donc en présence d'une bifurcation transcritique dont l'étude théorique reste à faire soit par la méthode de continuation (Dijkstra *et al.*, 1996), soit par une approche faiblement non linéaire au voisinage du point de bifurcation.

On peut également noter sur les zooms présentés sur les *figures 2* et *3*, qu'au voisinage immédiat du point de bifurcation, la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh est de type parabolique, alors que la variation de la fonction de courant maximale en fonction de Ra est linéaire. La variation du nombre de Sherwood en fonction du nombre de Rayleigh est aussi de type parabolique.

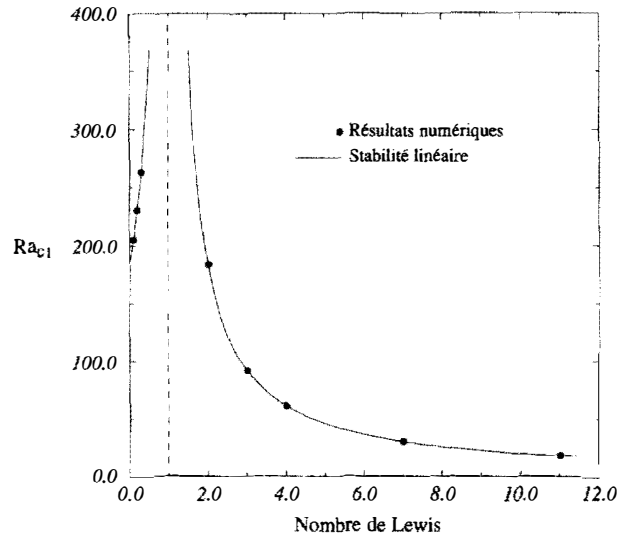


Fig. 1. — Variation du nombre de Rayleigh critique Ra_{c1} en fonction du nombre de Lewis Le , pour $A = 1$: comparaison entre résultats analytiques et numériques.

Fig. 1. — Critical Rayleigh number Ra_{c1} versus Lewis number, Le , for $A = 1$: comparison between analytical and numerical results.

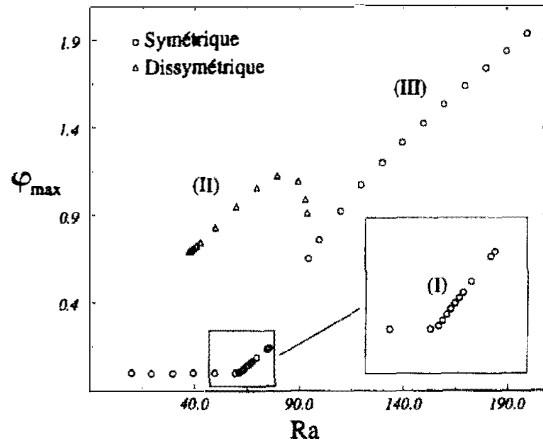


Fig. 2. — Diagramme de bifurcation : fonction de courant maximale en fonction de Ra pour $Le = 4$

Fig. 2. — Bifurcation diagram: maximum value of the stream function versus Ra for $Le = 4$.

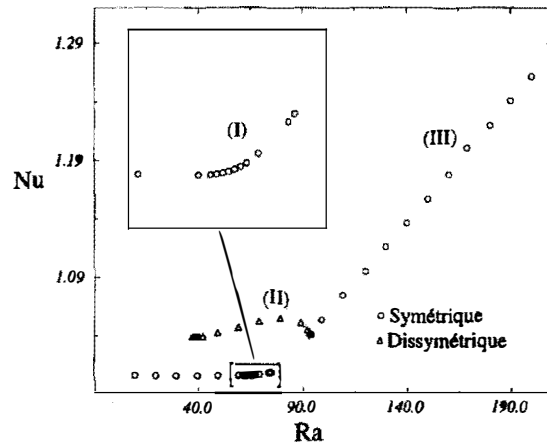


Fig. 3. — Diagramme de bifurcation : nombre de Nusselt en fonction de Ra pour $Le = 4$.

Fig. 3. — Bifurcation diagram: average Nusselt number versus Ra for $Le = 4$.

5. Conclusion

Nous avons présenté, dans cette note, une étude de stabilité linéaire de la solution de double diffusion pure obtenue pour $N = -1$. Nous avons montré que la transition s'effectue de manière stationnaire et que le confinement stabilise la solution de double diffusion pure puisque c'est pour une cellule d'extension verticale infinie que l'on obtient la plus petite valeur de Ra_{c1} . Ces résultats ont été

confirmés numériquement, dans le cas d'une cellule carrée et pour Le variant de 0,1 à 11, à partir d'une méthode spectrale et d'une méthode aux volumes finis. Les régimes de convection thermosolutale prenant naissance après cette transition ont été décrits pour $Le = 3$ et $Le = 4$. D'autres calculs restent encore à mener pour analyser de manière plus fine ces différentes transitions en fonction du rapport d'aspect de la cellule.

Remerciements. Les auteurs remercient le CNUSC de Montpellier pour son support financier.

Références bibliographiques

- Alavyoon A., Masuda Y. and Kimura S., 1994.** On natural convection in vertical porous enclosures due to opposing fluxes of heat and mass prescribed at the vertical walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37, n° 2, p. 195-206.
- Combarnous M. and Bories S., 1975.** Hydrothermal convection in saturated porous media, *Advance in hydrosience*, Academic Press, p. 231-307.
- Dijkstra H. A. and Kranenborg E. J., 1996.** A bifurcation study of double diffusive flows in a laterally heated stably stratified liquid layer, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39, n° 13, p. 2699-2710.
- Gobin D. and Bennacer R., 1994.** Double diffusion in a vertical fluid layer: onset of the convective regime, *Phys. Fluids*, 6, n° 1, p. 59-67.
- Krishnan R., 1988.** A numerical study of the instability of double-diffusive convection in a square enclosure with horizontal temperature and concentration gradients, *ASME National Heat Transfer Conference*, Philadelphia, 14, p. 357.
- Mamou M., Vasseur P. and Bilgen E., 1995.** Multiple solutions for double-diffusive convection in a vertical porous enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, n° 10, p. 1787-1798.
- Nield D. A. and Bejan A., 1992.** *Convection in Porous Medium*, Springer-Verlag.
- Trevisan O. and Bejan A., 1985.** Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28, n° 8, p. 1597-1611.